7.2 Lista # 17 - Distribuições de Probabilidade

1. Seja X uma variável aleatória exponencial com média $1/\lambda$. Prove que:

$$E(X^k) = \frac{n!}{\lambda^n}$$

   - Usando o princípio da indução finita
   - Usando a função de densidade de probabilidade da distribuição gama

2. Determine $E(X^2)$ e $Var(X)$ para as distribuições de probabilidade relacionadas abaixo:

   - $X \sim$ geométrica (p)
   - $X \sim$ binomial (n, p)
   - $X \sim$ Laplace (μ, λ), em que μ é seu parâmetro de locação e λ, parâmetro de escala

3. Seja a variável aleatória $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

   - Prove que sua função de densidade de probabilidade tem um ponto de máximo global, localizado em $x = \mu$
   - Determine os pontos de inflexão de sua função de densidade de probabilidade .

4. (Meyer, Ex. 9.19) Mostre que $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$.

5. Sejam a variáveis aleatórias $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e $X \sim N(0, 1)$

   - Determine $E(Z^3)$ e $E(Z^4)$
   - Determine $E(X^3)$ e $E(X^4)$